Logarithmus - Übungsaufgaben

Klasse 10

I. Allgemeines

Eine Gleichung höheren Grades wie z. B.

$$x^4 = 3$$

kann nach x aufgelöst werden, indem man die Wurzel zieht.

$$x^4 = 3 \;\Leftrightarrow\; x = \sqrt[4]{3}$$

Tritt die Unbekannte x jedoch im Exponenten einer Potenz auf, spricht man von einer Exponenzialgleichung, wie z. B. bei

$$3^x = 5\,.$$

Jede Exponenzialgleichung $a^x = b$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$ und $a \neq 1$ besitzt genau eine Lösung.

Für die Lösung dieser Exponenzialgleichungen, d. h. für den Wert x hat man den Namen: Logarithmus von b zur Basis a eingeführt (Die Buchstaben a bzw. b sind beliebig wählbar).

<u>Logarithmusdefinition:</u>

$$\boxed{a^x = b \;\Leftrightarrow\; x = \log_a b} \quad \text{für } a, b \in \mathbb{R}^+;\; a \neq 1$$

x ist der Logarithmus von b zur Basis a.

Der Logarithmus $\log_a b$ ist also nichts anderes als der Exponent in einer Exponenzialgleichung, statt $a^x = b$ könnte man auch $a^{\log_a b} = b$ schreiben.

($\log_a b$ ist diejenige Zahl, mit der man a potenzieren muss, um b zu erhalten)

b ist die Zahl die zu logarithmieren ist, sie wird Numerus genannt.
a ist die Basis (der Potenz a^x).

Eine Anmerkung zur Schreibweise:
Eigentlich müsste man $\log_a(b)$ schreiben. Man kann die Klammer weglassen, wenn keine Missverständnisse aufkommen.
z. B. $\log_a b \cdot c$ ist missverständlich, also muss hier $\log_a(b \cdot c)$ geschrieben werden

Hinweise für das Rechnen mit Logarithmen:

- Ist die Basis a größer als 1, dann gilt:
  - für einen Numerus b größer als 1 ist der Logarithmus positiv; z. B. $\log_2 8 = 3 \;\left(2^3 = 8\right)$
  - für einen Numerus zwischen 0 und 1 ist der Logarithmus negativ; z. B. $\log_2 0{,}125 = -3 \;\left(2^{-3} = 0{,}125\right)$
- Ist die Basis a kleiner als 1, dann gilt:
  - für einen Numerus b größer als 1 ist der Logarithmus negativ; z. B. $\log_{0,5} 4 = -2 \;\left(0{,}5^{-2} = 4\right)$
  - für einen Numerus b zw. 0 und 1 ist der Logarithmus positiv; z. B. $\log_{0,5} 0{,}25 = 2 \;\left(0{,}5^2 = 0{,}25\right)$

Logarithmus - Übungsaufgaben

Klasse 10

Formelsammlung

Rechengesetze für das Logarithmieren

Die Rechengesetze haben für jedes Logarithmensystem Geltung; d. h. sie können immer da angewendet werden, wo Logarithmen auf die gleiche Basis bezogen werden.

Multiplizieren

$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$ $\quad b, c \in \mathbb{R}^+$

$\log_a(b_1 \cdot b_2 \cdot \ldots \cdot b_n) = \log_a b_1 + \log_a b_2 + \ldots + \log_a b_n$

Der Logarithmus eines Produktes ist gleich der Summe der Logarithmen der einzelnen Faktoren.

Dividieren

$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

Der Logarithmus eines Quotienten ist gleich der Differenz der Logarithmen von Zähler und Nenner.

Potenzieren

$\log_a(b^c) = c \cdot \log_a b$

Der Logarithmus einer Potenz ist gleich dem Produkt aus dem Logarithmus der Basis und dem Exponenten.

Radizieren

$\log_a \sqrt[n]{b^m} = \frac{m}{n} \cdot \log_a b$

Der Logarithmus einer Wurzel ist gleich dem Produkt aus dem Logarithmus des Radikanden und dem Wurzelexponenten.

Radizieren ist kein eigenes Logarithmengesetz. Es handelt sich um Potenzieren mit rationalem Exponenten. (Rationale Zahlen sind die Menge aller Brüche der Form m/n)

Sonderfälle und besondere Logarithmen

$\log_a a = 1$	$\log_a 1 = 0$	$\log_a(a^n) = n$	$a^{\log_a b} = b$
$\lg 10 = 1$	$\lg 1 = 0$	$\lg(10^n) = n$	$10^{\lg b} = b$
$\ln e = 1$	$\ln 1 = 0$	$\ln(e^n) = n$	$\log_{a^n} a = \frac{1}{n}$
$\operatorname{lb} 2 = 1$	$\operatorname{lb} 1 = 0$	$\operatorname{lb}(2^n) = n$	$\log_a\left(\frac{1}{a}\right) = -1$

$\log_a b = \log_c b \cdot \log_a c$	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$	$\log_a \frac{b}{c} = -\log_a \frac{c}{b}$	$\log_{\frac{1}{a}} b = \log_a \frac{1}{b}$

Logarithmus - Übungsaufgaben

Klasse 10

Vorzeichen und Logarithmensymbole

log: - in deutschen Büchern Logarithmen zu einer beliebigen Basis
- auf amerik. Taschenrechnern und Literatur Logarithmus zur Basis 10

lg: Logarithmus zur Basis 10 (dekadischer, Briggscher oder Zehnerlogarithmus)

ln: Logarithmus zur Basis e = 2,71828… (natürlicher Logarithmus)

lb: Logarithmus zur Basis 2 (binärer oder dualer Logarithmus)

Umrechnung von einem System in ein anderes
Berechnung beliebiger Logarithmen (mit Taschenrechner)

$$\boxed{\log_a b = \frac{\log_x b}{\log_x a} = \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\ln b}{\ln a}}$$

mit x als beliebige Basis;
insbesondere x = 10 oder x = e

$$\log_{13} 353 = \frac{\lg 353}{\lg 13} = \frac{\ln 353}{\ln 13} = 2{,}287...$$

Natürliche Logarithmen

Basis $e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = \lim\limits_{h\to 0}(1+h)^{\frac{1}{h}}$ $\qquad e = 2{,}718281828...$ (Eulersche Zahl)

$\boxed{\log_e \mathrel{\hat{=}} \ln}$ $\qquad \boxed{\ln a = x \iff a = e^x}$

$$\lg a = \frac{\ln a}{\ln 10} = \ln a \cdot \lg e$$

$$\lg e = \frac{1}{\ln 10}$$

Beim Rechnen mit Logarithmen sei auf folgende Fehler hingewiesen:

$\log_a(b+c) \neq \log_a b + \log_a c \quad \left(\log_a(b+c)\text{ ist nicht weiter auflösbar}\right)$

$\log_a(b-c) \neq \log_a b - \log_a c$

$\log_a b + c \neq \log_a(b+c)$

$\log_a(b^n) \neq (\log_a b)^n$

$\log_a b \cdot \log_a c \neq \log_a(b\cdot c)$

Logarithmus - Übungsaufgaben

Klasse 10

Musterlösungen

Achtung: Bei allen Logarithmenrechnungen muß die Probe gemacht werden um Scheinlösungen zu erkennen. Die nachfolgenden Rechnungen wurden dahingehend überprüft, die Probe selbst wurde jedoch nicht mit dazugeschrieben.

1. Lösungsverfahren: Logarithmusdefinition verwenden

Voraussetzungen: Gleichung mit nur einem Logarithmus.

Formel: $\boxed{\log_a b = x \quad \Leftrightarrow \quad a^x = b}$

Beispiele:

Grundform:

$$\log_3 x = 4$$
$$x = 3^4$$
$$\underline{x = 81}$$
$$\underline{\underline{\mathbb{L} = \{81\}}}$$

Quadratischer Numerus:

$$\log_5 x^2 = 3$$
$$x^2 = 5^3 \quad \Big| \sqrt{}$$
$$|x| = \sqrt{5^3}$$
$$\underline{x = \pm 11{,}18...} \qquad \underline{\underline{\mathbb{L} = \{\pm 11{,}18...\}}}$$

Numerus als Bruch:

$$\log_3\left(\frac{9x}{4x-3}\right) = 2$$
$$3^2 = \frac{9x}{4x-3}$$
$$9(4x-3) = 9x$$
$$36x - 27 = 9x$$
$$27x = 27$$
$$\underline{x = 1}$$
$$\underline{\underline{\mathbb{L} = \{1\}}}$$

Faktor vor dem Logarithmus:

$$2 \cdot \log_{27} x = \frac{2}{3} \quad \Big| :2$$
$$\log_{27} x = \frac{\cancel{2}}{3 \cdot \cancel{2}}$$
$$\log_{27} x = \frac{1}{3}$$
$$x = 27^{\frac{1}{3}}$$
$$x = \sqrt[3]{27}$$
$$\underline{x = 3} \qquad \underline{\underline{\mathbb{L} = \{3\}}}$$

Logarithmus - Übungsaufgaben

Klasse 10

2. Lösungsverfahren: Vergleich der Numeri

Voraussetzungen: Logarithmusgleichung mit zwei Logarithmen

Formel: $\boxed{\log_a b = \log_a c \quad \Rightarrow \quad b = c}$

Wenn zwei Logarithmen gleiche Basis besitzen, sind auch ihre Numeri gleich. Die Formel ist auf Logarithmusgleichungen anwendbar die aus zwei Logarithmen bestehen, aber kein Absolutteil haben.

Beispiele:

Aufgabe ohne Scheinlösung:

$$\log_3(3x-5) = \log_3(2x+3)$$
$$3x-5 = 2x+3$$
$$\underline{x = 8}$$
$$\underline{\underline{\mathbb{L} = \{8\}}}$$

Aufgabe mit Scheinlösung:

$$\log_7(4x+5) = \log_7(3x)$$
$$4x+5 = 3x$$
$$\underline{x = -5}$$
$$\underline{\underline{\mathbb{L} = \{\ \}}}$$

Weil nach der Probe beide Numeri negativ sind, ist die Gleichung nicht definiert.
- 5 ist damit keine Lösung.

Faktor vor dem Logarithmus (mit Scheinlösung):

$$2 \cdot \log_4(3x+1) = \log_4(6x+10)$$
$$\log_4(3x+1)^2 = \log_4(6x+10)$$
$$(3x+1)^2 = 6x+10$$
$$9x^2+6x+1 = 6x+10$$
$$9x^2 = 9$$
$$x^2 = 1$$
$$|x| = 1$$
$$\underline{x = \pm 1}$$
$$\underline{\underline{\mathbb{L} = \{1\}}}$$

Die Probe zeigt, daß nur +1 eine Lösung ist, denn x = -1 führt zu einem negativen Numerus und damit zu einem undefinierten Logarithmus.

Logarithmus - Übungsaufgaben

Klasse 10

3. Lösungsverfahren: Vergleich der Exponenten

Voraussetzungen: Logarithmus so umformbar daß gleiche Basen entstehen

Beispiele:

Einfache Aufgabe:

$$\log_7 49 = x$$
$$7^x = 49$$
$$7^x = 7^2 \quad \leftarrow \text{gleiche Basis, dann Exponentenvergleich möglich}$$
$$\underline{x = 2}$$
$$\underline{\underline{\log_7 49 = 2}}$$

Schwierigere Aufgabe:

$$\log_{\sqrt{5}} 25 = x$$
$$\left(\sqrt{5}\right)^x = 25$$
$$\left(5^{\frac{1}{2}}\right)^x = 5^2$$
$$5^{\frac{x}{2}} = 5^2 \quad \leftarrow \text{gleiche Basis, dann Exponentenvergleich möglich}$$
$$\frac{x}{2} = 2$$
$$\underline{x = 4}$$
$$\underline{\underline{\log_{\sqrt{5}} 25 = 4}}$$

4. Lösungsverfahren: Logarithmengesetze anwenden

Voraussetzungen: mehr als zwei Logarithmen oder ein zusätzlicher Absolutteil

Formeln:

$$\boxed{\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c}$$
$$\boxed{\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c}$$
$$\boxed{\log_a \left(b^x\right) = x \cdot \log_a b}$$

Logarithmus - Übungsaufgaben

Klasse 10

Beispiele:

Aufgabe mit Scheinlösung:

$$\log_2(-x+12)+\log_2(-2x)-7=0$$

$$\log_2\left[(-x+12)\cdot(-2x)\right]-7=0$$

$$\log_2\left(2x^2-24x\right)=7$$

$$2x^2-24x=2^7$$

$$2x^2-24x-128=0$$

$$x^2-12x-64=0$$

$$x_{1/2}=\frac{12\pm\sqrt{12^2-4\cdot1\cdot(-64)}}{2\cdot1}$$

$$x_{1/2}=\frac{12\pm20}{2}$$

$$\underline{x_1=16}, \quad \underline{x_2=-4}$$

$$\underline{\underline{\mathbb{L}=\{-4\}}}$$

Die Probe ergibt, daß nur - 4 eine Lösung ist, denn x = 16 führt zu einem negativen Numerus und damit zu einem undefinierten Logarithmus.

Aufgabe ohne Scheinlösung:

$$\log_2 8(5x+3)-\log_2(7x+1)=3$$

$$\log_2\frac{8(5x+3)}{7x+1}=3$$

$$\frac{8(5x+3)}{7x+1}=2^3$$

$$8(5x+3)=8(7x+1)$$

$$5x+3=7x+1$$

$$-2x=-2$$

$$\underline{x=1}$$

$$\underline{\underline{\mathbb{L}=\{1\}}}$$

Logarithmus - Übungsaufgaben

Klasse 10

5. Lösungsverfahren: Logarithmenbasis wechseln

Voraussetzungen: Logarithmen mit verschiedenen Basen

Formeln:
$$\boxed{\log_a b = \frac{\log_x b}{\log_x a} = \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\ln b}{\ln a}}$$

Beispiele:

Aufgabe:

$\log_{3,5} 8 = x$ Umformen in eine Potenzgleichung

$3,5^x = 8$ logarithmieren

$\lg 3,5^x = \lg 8$ 3. Logarithmengesetz

$x \cdot \lg 3,5 = \lg 8$

$$x = \frac{\lg 8}{\lg 3,5}$$

$$\underline{\underline{\log_{3,5} 8 = \frac{\lg 8}{\lg 3,5}}}$$

Wie kann eine Wurzel in eine Potenz umgewandelt werden? Ganz einfach!
Der Radikand (der Term unter der Wurzel) ist die Basis der Potenz.
Der Exponent der Potenz ist ein Bruch und setzt sich zusammen aus dem Wurzelexponenten (= Nenner) und dem Exponenten des Radikanden (= Zähler).
Wenn der Radikand keinen Exponenten aufweist, dann ist der Wert 1.

1. Beispiel: $\sqrt{5} = \sqrt[2]{5^1} = 5^{\frac{1}{2}}$

2. Beispiel: $\sqrt[3]{6^5} = 6^{\frac{5}{3}}$

3. Beispiel: $\sqrt[5]{\frac{a}{3z}} = \sqrt[5]{\left(\frac{a}{3z}\right)^1} = \left(\frac{a}{3z}\right)^{\frac{1}{5}}$

4. Beispiel: $\sqrt[3]{\frac{7xy^3z}{28b^2}} = \sqrt[3]{\left(\frac{7xy^3z}{28b^2}\right)^1} = \left(\frac{7xy^3z}{28b^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{7^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot y^1 \cdot z^{\frac{1}{3}}}{28^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{2}{3}}}$

Logarithmus - Übungsaufgaben

Klasse 10

II. Aufgaben

1. Bestimme die Lösung der Exponenzialgleichung ohne Taschenrechner

a) $2^x = 32$ b) $5^x = 0,04$

c) $0,5^x = 32$ d) $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1,5$

2. Berechne die Logarithmen ohne Taschenrechner

a) $\log_2 8$ b) $\log_5 125$ c) $\log_4 1$

d) $\log_3\left(\frac{1}{3}\right)$ e) $\log_{10}\left(\frac{1}{10}\right)$ f) $\log_2\left(\frac{1}{32}\right)$

g) $\log_{\frac{1}{2}} 0,25$ h) $\log_{\frac{1}{2}} 8$ i) $\log_{100} 1000$

3. Berechne die Logarithmen ohne Taschenrechner

a) $\log_a a^9$ b) $\log_a \left(a^3\right)^5$ c) $\log_2 \sqrt[3]{2}$

d) $\log_{\frac{1}{a}} \sqrt{a}$ e) $\log_{0,1} \sqrt[4]{10}$ f) $\log_8\left(\frac{1}{\sqrt[5]{512}}\right)$

g) $\log_{\sqrt{5}} 5$ h) $\log_{\sqrt{2}} \sqrt[7]{64}$ i) $\log_{\frac{1}{\sqrt{8}}} \sqrt[9]{0,125}$

4. Berechne die Logarithmen ohne Taschenrechner

a) $\log_a a$ b) $\log_a 1$ c) $\log_a a^n$

d) $\log_a\left(\frac{1}{a}\right)$ e) $\log_a \sqrt[3]{a^5}$ f) $\log_{\frac{1}{a}} a^2$

g) $\log_{a^5}\left(\frac{1}{a^7}\right)$ h) $\log_{\frac{1}{a^2}} \sqrt[3]{a^5}$ i) $\log_{|a|} a^3$

5. Zerlege soweit wie möglich in Summanden

a) $\log_a\left(5b^2c^3\right)$ b) $\log_a\left(\frac{2c^8}{4bx^2}\right)$ c) $\log_a\left(\frac{2\left(p^2+q^2\right)x}{x+y}\right)$

d) $\log_a\left(\frac{x^3 b \sqrt[4]{c}}{d^3e^5}\right)$ e) $\log_a\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$ f) $\log_a\left(\frac{\sqrt[3]{u}}{v^4-w^4}\right)$

g) $\log_a \sqrt{\frac{3x^2\sqrt{y}}{2y^2\sqrt{x}}}$ h) $\log_a\left(\frac{m^2\sqrt[3]{m^2\sqrt{n^3}}}{m\sqrt[6]{n}}\right)$ i) $\log_a x^{\log_a x}$

k) $\log_a \sqrt[5]{5xy\sqrt{x+y}}$ l) $\log_a \sqrt[5]{\frac{b^3c}{\sqrt{b^2-c^2}}}$ m) $\log_a \sqrt[4]{b\sqrt[3]{c\sqrt{d}}}$

Logarithmus - Übungsaufgaben

Klasse 10

6. Fasse zusammen

a) $\log_5 125 - \log_{\frac{1}{6}} 216 + \log_{0,2} 0{,}04 + 4 \cdot \log_5 0{,}2$

b) $3 \log_4 0{,}25 + 2 \log_5 0{,}008 - 6 \log_{0,01} 1000$

c) $\log_3 \sqrt[5]{27} + \log_{2,25}\left(\frac{8}{27}\right) + \log_{\frac{3}{5}} \sqrt{\frac{125}{27}} - \log_{\frac{3}{2}}\left(\frac{81}{16}\right)$

7. Fasse zusammen und vereinfache weitgehendst

a) $\log_a 5 + \log_a 9$

b) $\log_a 2{,}5 - \log_a 0{,}5$

c) $4 \log_a 2 + 2 \log_a 16$

d) $\log_a\left(b^2 - c^2\right) - \log_a(b + c)$

e) $\log_a\left(r\sqrt{r}\right) - \log_a \frac{1}{s^3} + 2 \log_a r - 3 \log_a s$

f) $\frac{1}{2} \cdot \log_9 7 + \frac{1}{2} \cdot \log_9 7^{-1} + \frac{1}{4} \cdot \log_9 81$

g) $\lg 6 - \lg 3 - 2$

h) $2 \cdot \lg(x+1) + 3 \cdot \lg(x-1) - 3 \cdot \lg\left(x^2 - 1\right)$

i) $\log_5(u \cdot v) - \log_5\left(u^2 \cdot v\right)$

k) $\lg \frac{1}{x} - \lg \frac{2}{x}$

l) $\lg 2 - 3 \lg 2 + 2 \lg x$

m) $5 \lg(x+3) - 3 \lg x$

n) $3 \lg(x-2) - 4(\lg x + \lg 2) - \log_2 16$

o) $5 \lg(x+2) - 0{,}2 \lg(x-2) - 4 \lg(x+2) - 0{,}8 \lg(x-2)$

Logarithmus - Übungsaufgaben

Klasse 10

8. Fasse zusammen

a) $2\lg a + 0{,}5\lg b + 3\lg c$

b) $\frac{1}{3}\left[\lg a + \frac{1}{3}\lg(a-b) - 2\left(\lg b + \frac{1}{3}\lg 3\right)\right]$

c) $\frac{1}{2}\lg 2(a-1) - \lg 3 - \lg(a+1)$

d) $\frac{1}{2}\log_a z^3 - \log_a\left(\frac{z^2}{\sqrt{y}}\right)$

e) $2\log_a\left(u^2\sqrt{u\cdot v}\right) - 4\log_a\left(\frac{u}{v^2}\right)$

f) $0{,}5\left[\log_a\left(p^2\cdot q\right) - 3\right] - \left(\frac{1}{2} - \log_a\frac{\sqrt{q}}{p}\right)$

g) $4 - \log_a\left(b\cdot a^4\right)$

h) $\log_a x + 1$

9. Berechne - ohne Taschenrechner - und fasse zusammen

a) $\log_{a^2} a^3 + \log_{a^2} a$

b) $\log_{\sqrt{a}} \sqrt[5]{a^2} + \log_{\sqrt{a}} \sqrt[7]{a^3}$

c) $\log_8 (-2)^4$

d) $\log_{\frac{1}{9}} (-81)^{-2}$

e) $\log_{\sqrt[4]{27}} \sqrt[5]{9}$

f) $\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{2}}} \sqrt[4]{2}$

g) $\log_{\sqrt[5]{81}} \sqrt[3]{\frac{\sqrt{3}}{3^4}}$

h) $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{4\cdot\sqrt[3]{2}}}\right)$

Logarithmus - Übungsaufgaben

Klasse 10

10. Löse nach x auf; mache ggf. die Probe!

a) $\log_4(3x+8)-\log_4(x-1)=2$

b) $\log_3(x+2)+\log_3(x+4)=\log_3[7(2x-1)]$

c) $2\log_a x=\log_a 6-3\log_a 2$

d) $\log_a x=\log_a 7+1$

e) $\log_a x^2-\log_a x+2=0$

f) $\log_2\sqrt[3]{x}-2\log_2 x=\frac{1}{2}-3\log_2\sqrt{x}$

g) $\lg\sqrt{x^2}=-16$

h) $2\lg\sqrt{x}=-12$

i) $2\lg\sqrt{|x|}=-12$

k) $\lg\left(\frac{1}{|x|}\right)=3$

l) $\log_x 2+\log_x(x+12)-2=0$

m) $\log_x(x-3{,}75)+1=0$

n) $\log_2(\log_5 x)=1$

o) $\log_5[\log_4(\log_3 x)]=0$

p) $\frac{1}{2}\log_4\sqrt{|5x-1|}+0{,}25=0$

11. Berechne mit dem Taschenrechner

a) $\log_4 12$ b) $\log_6\left(\frac{1}{3}\right)$ c) $\log_5\sqrt[3]{28}$ d) $\log_{\frac{1}{\sqrt{6}}}\sqrt{3}$

12. Forme um in Logarithmen

a) **zur Basis 8**

aa) $\log_2 3$ ab) $\log_4\sqrt{5}$ ac) $\log_{16} x$

b) **zur Basis 10**

ba) $\log_2 10$ bb) $\log_{0{,}1} 7$ bc) $\log_3 2$

c) **zur Basis 2**

ca) $\log_8 4$ cb) $\log_3 27$ cc) $\lg 100$

Logarithmus - Übungsaufgaben

Klasse 10

13. Löse folgende Gleichungen ohne Taschenrechner

a) $\log_{\frac{1}{3}} 9 = x$

b) $\log_{a^2} \sqrt[5]{a} = x$

c) $\log_{\sqrt[8]{5}} \left(\frac{1}{5}\right)^2 = x$

d) $\log_{\sqrt[3]{16}} \frac{1}{\sqrt[5]{4}} = x$

e) $\log_x 64 = 3$

f) $\log_x 2 = 7$

g) $\log_x 256 = 8$

h) $\log_{\sqrt{3}} x = -5$

i) $\log_x \frac{1}{25} = 4$

k) $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x = 8$

l) $\log_5 (4x-1) = -1$

m) $\log_2 (x^2-1) = 8$

n) $\log_{\sqrt[3]{2}} (x^2-2) = 6$

o) $\log_x (x+2) = 2$

p) $\log_x 2(7{,}5-x) = 2$

q) $\log_2 (x-5) + \log_2 (x+2) = 3$

r) $\lg(x+4) + \lg x = \lg 21$

s) $\log_x (x+12) + \log_x 2 = 2$

14. Löse folgende Gleichungen nach x auf (wenn möglich ohne Taschenrechner)

a) $\log_2 x - \log_8 27 = 0$

b) $\log_4 x + \log_{\frac{1}{16}} 25 = 0$

c) $\log_{0,4} x = \log_{6,25} 3$

d) $\log_6 \sqrt{x} = \log_{\sqrt{6}} 2^3$

e) $\log_a (x+4) - \log_{\sqrt{a}} \left(x + \frac{15}{4}\right) = 0$

f) $\log_a x^2 - 4 - \log_{\frac{2}{a}} 16 = 0 \quad$ mit $a > 0,\ a \neq 1,\ a \neq 2$

g) $\log_9 (1 + \log_2 x) - \log_3 2 = 0$

h) $\lg x^3 + 2 \lg x^2 = 5$

i) $\lg(2x) + \lg(3x) + \lg(4x) = 3$

k) $3^{2 \lg x} = 12$

l) $x^{\log_5 (5x) - 4} = 625$