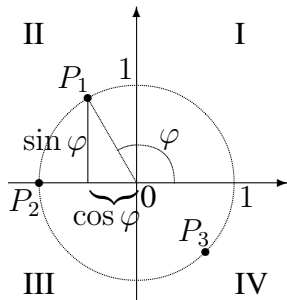


sin, cos, tan am rechtwinkligen Dreieck → grund98.pdf

Sinus, Kosinus am Einheitskreis (= Kreis mit Radius $r = 1$)



Beispiele (zum Winkel im Bogenmaß → grund101.pdf):

$$\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \sin 120^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3} \text{ (Punkt } P_1 \text{ in der Abbildung)}$$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\sin \pi = \sin 180^\circ = 0 \text{ (Punkt } P_2 \text{ in der Abbildung)}$$

$$\cos \pi = \cos 180^\circ = -1$$

$$\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \sin(-45^\circ) = \sin(315^\circ) = -\frac{1}{2}\sqrt{2} \text{ (Punkt } P_3)$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \cos(-45^\circ) = \cos(315^\circ) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

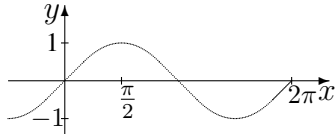
Ferner ergeben sich die Vorzeichen in den einzelnen Quadranten I–IV :

φ	$0^\circ = 0$	I	$90^\circ = \frac{\pi}{2}$	II	$180^\circ = \pi$	III	$270^\circ = \frac{3\pi}{2}$	IV	$360^\circ = 2\pi$
cos φ	1	+	0	-	-1	-	0	+	periodisch
sin φ	0	+	1	+	0	-	-1	-	von vorne

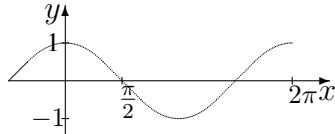
Ordnet man dem Winkel φ den jeweiligen Wert $\sin \varphi$ bzw. $\cos \varphi$ zu, so erhält man sin- bzw. cos-Funktion; dabei wird meist der Winkel im Bogenmaß verwendet und nun mit x bezeichnet.

Graphen

sin



cos



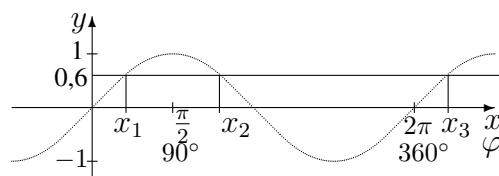
Merke: Der cos-Graph geht im Koordinatensystem durch den Punkt (0|1), der sin-Graph steigend durch den Punkt (0|0). sin und cos sind 2π -periodisch.

Verschiebung, Streckung der Graphen/Einfluss von Parametern → grund108.pdf, ueb102.pdf

Eine grobe Skizze der Funktionsgraphen ist auch nützlich zum **Lösen trigonometrischer Gleichungen** in Hinblick darauf, dass es mehr als die vom Taschenrechner (TR) angezeigten Lösungen gibt. Beispiel: $5 \sin x - 3 = 0$.

Nach Umformen folgt: $5 \sin x = 3$, also $\sin x = 0,6$.

Nach Drücken von SHIFT-sin zeigt der TR im Bogenmaß $x_1 \approx 0,64$ als erste Lösung (TR auf RAD → grund101.pdf) bzw. im Gradmaß $\varphi_1 \approx 37^\circ$ (TR auf DEG).



Aus der Zeichnung sieht man weitere Lösungen, nämlich $x_2 = \pi - x_1 \approx 2,50$, und alles 2π -periodisch, also $x_3 = x_1 + 2\pi \approx 6,93$, $x_1 + 4\pi$, $x_1 + 6\pi, \dots$, allgemein $x_1 + 2k\pi \approx 0,64 + 2k\pi$ mit ganzer Zahl $k \in \mathbb{Z}$, und $x_2 + 2k\pi \approx 2,50 + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. Im Gradmaß ergibt sich entsprechend $\varphi_1 + k \cdot 360^\circ \approx 37^\circ + k \cdot 360^\circ$ und $\varphi_2 + k \cdot 360^\circ \approx 143^\circ + k \cdot 360^\circ$, $k \in \mathbb{Z}$.

Dreiecksberechnungen im allgemeinen Dreieck (im Lehrplan nicht verbindlich)

Je nach gegebenen Größen wählt man einen der folgenden Sätze:

Sinussatz:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

(Die Seitenlängen verhalten sich wie die Sinuswerte der gegenüberliegenden Winkel)

Beispiel → ueb102.pdf

Kosinussatz:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

(„verallgemeinerter Pythagoras“)

