10. Klasse TOP 10 Grundwissen — 10

Kernsätze — K

www.strobl-f.de/grund10k.pdf

Blatt auf DIN A 3 vergrößern, Karteikarten ausschneiden und Rückseite an Rückseite zusammenkleben!

Pi, Kugel, Kreisteile, Bogenmaß
101

Wie lauten die Formeln für Kugelvolumen, Kugeloberfläche, Kreissektorfläche, Bogenlänge, Umrechnung Grad- ↔ Bogenmaß? Wie ändern sich die Kugelgrößen bei Radius-Verdoppelung?

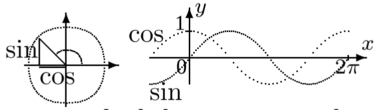
L101

$V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3}\pi r^3$; $O_{\text{Kugel}} = 4\pi r^2$;
$A_{\text{Sektor}} = \frac{\alpha}{360°} r^2\pi$; $b = \frac{\alpha}{360°} 2r\pi$;
$\frac{\alpha_{\text{Gradmaß}}}{360°} = \frac{\alpha_{\text{Bogenmaß}}}{2\pi}$.
Bei doppeltem r ist V_{Kugel} 8-fach und O_{Kugel} 4-fach.

Trigonometrische Funktionen
102

Wie sind sin und cos am Einheitskreis zu veranschaulichen? Wie sehen die Graphen von sin- und cos-Funktion aus? Was ist beim Lösen trigonometrischer Gleichungen zu beachten?

L102



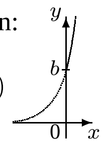
Trig. Gl. haben meist mehrere Lösungen (Graphen betrachten!), von denen Taschenrechner (SHIFT-sin/RAD) nur eine zeigen.

Exp- und Log-Funktion
103

Welche Bedeutung haben a und b im Ansatz $f(x) = b \cdot a^x$? Wie sieht der Graph aus? Wie löst man Exponentialgleichungen, z. B. $200 \cdot 1{,}02^x = 50$?

L103

a: Wachstums- ($a > 1$) bzw. Abnahmefaktor; b: Anfangswert.
Exp-Gl.: $1{,}02^x = 0{,}25$
Beidseitig Logarithmieren:
$\log(1{,}02^x) = \log(0{,}25)$
$x \cdot \log(1{,}02) = \log(0{,}25)$
$x = \frac{\log(0{,}25)}{\log(1{,}02)} \approx -70$



Bedingte Wahrscheinlichkeit
104

Wie berechnet man die bed. W. von A unter der Bedingung B? Welche Techniken gibt es zur Behandlung von Zufallsexperimenten, in denen mehrere Eigenschaften A und B betrachtet werden?

L104

$P_B(A) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$
Techniken: Vierfeldertafel, Baumdiagramm, Formeln.

	A	$\overline{A}$	
B			
$\overline{B}$			
			1

Polynomdivision
105

Welche Schritte sind bei einer Polynomdivision auszuführen, z. B. $(x^3 - 5x - 100) : (x - 5)$?

L105

Höchste Potenzen dividieren, „rückwärts“ multiplizieren, abziehen, nächste Stelle herunterholen:

$$\begin{aligned}(x^3 \quad -5x-100):(x-5) &= \\ &= x^2+5x+20\\ \underline{-x^3+5x^2} \qquad & \\ 5x^2-5x \text{ usw.} \qquad &\end{aligned}$$

Polynom-Gleichungen und -Nst
106

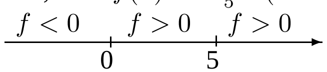
Wie löst man Gleichungen höheren Grades, z. B. $2x^4 - 5x^3 = \frac{1}{5}x^5$? Wie erhält man mit Hilfe der Nullstellen die faktorisierte Darstellung einer Polynom-Funktion, z. B. $f(x) = -\frac{1}{5}x^5 + 2x^4 - 5x^3$?

L106

Alles auf eine Seite bringen.
Falls keine Konst.: x ausklammern.
Sonst: Lsg raten, Polynomdivision.
Faktorisieren: „x minus Nullstelle“, Vielfachheit beachten.
$f(x) = -\frac{1}{5}x^3(x^2 - 10x + 25) =$
$= -\frac{1}{5}x^3(x-5)^2$

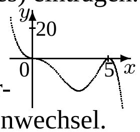
Vorzeichenbereiche
107

Wie kann aus der faktorisierten Darstellung der prinzipielle Verlauf des Graphen abgelesen werden, z. B. $f(x) = -\frac{1}{5}x^3(x-5)^2$?



L107

Nullstellen auf Zahlenstrahl, in jedem Bereich Vorzeichen (z. B. Einsetzen eines Wertes) eintragen.
$f < 0$: Graph unterhalb der x-Achse.
Doppelte Nst: Berührstelle ohne Vorzeichenwechsel.



Parameter
108

Welche Wirkung haben die Parameter a, b, c, d in $h(x) = af(b(x+c)) + d$?

L108

a: Streckung in y-Richtung
b: Stauchung in x-Richtung mit Faktor $\frac{1}{b}$
c: Verschiebung nach links
d: Verschiebung nach oben

Eig. von Funktionsgraphen
109

Wie ergibt sich $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$ bei Polynomen, z. B. $f(x) = -2x^5 + x^3$, bzw. Bruchfkten, z. B. $h(x) = \frac{2x}{x+3}$? Wie beweist man Achsensymmetrie zur y-Achse bzw. Punktsymm. zum Ursprung, z. B. bei $f(x)$?

L109

Polynome: Höchste Potenz, z. B. $\lim\limits_{x\to\pm\infty}(-2x^5 + x^3) \to \mp\infty$.
Brüche: Mit Nenner-x^n kürzen, z. B. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{2}{1+\frac{3}{x}} = 2$.
Achsensymm.: $f(-x) = f(x)$.
Punktsymm.: $f(-x) = -f(x)$, z. B. $-2(-x)^5 + (-x)^3 = -(-2x^5 + x^3)$.

Überblick: Fkten, Gleichungen
100

Notiere Graphen u. Gl.-Lösungen:
(1) $f(x) = x^4$; $x^4 = 2$
(2) $f(x) = 4x$; $4x = 2$
(3) $f(x) = x^2 + 4x$; $x^2 + 4x = 2$
(4) $f(x) = \frac{1}{x-4}$; $\frac{1}{x-4} = 2$
Weitere: → Karten 102, 103, 106.

L100